ПОСТРОЕНИЕ МАГИЧЕСКИХ КВАДРАТОВ СПОСОБОМ НАЛОЖЕНИЯ.

И.В. Мартынов, Н.В. Курылёва

niva@ipac.ac.ru

Магический квадрат – это квадратная таблица n x n, ячейки которой заполнены числами, сумма которых на горизонтальных, вертикальных и диагональных линиях одинакова.

В 1937 году десятиклассник московской школы Ваня Мартынов самостоятельно, не зная многовековой предыстории вопроса, нашел метод построения магического квадрата. После чего 75 лет не вспоминал об этом. Любознательные правнуки своими вопросами напомнили, и появилось желание вернуться к этой интереснейшей теме.

В настоящее время известны разные способы построения магических квадратов, в основном с помощью компьютера. Наиболее полная информация представлена на сайте Макаровой Наталии Васильевны **http://www.natalimak1.narod.ru/** и **http://www.klassikpoez.narod.ru/glavnaja.htm** .

Найденный в 1937 году метод построения магического квадрата похож на известный способ террас, но имеет свои особенности. Суть метода – наложение двух квадратов.

Квадрат 1 ($к_1$) – основной, магический, нечетного порядка $n = 2a + 1$, ($a = 1, 2, 3$ и т.д.) Число ячеек в квадрате – n^2. Ячейки не заполнены.

Квадрат 2 ($к_2$) – вспомогательный, не магический. Располагается под углом 45° к основному квадрату. Параллельные линии этого квадрата проходят по диагоналям ячеек основного квадрата. Число точек пересечения параллельных линий второго квадрата равно $(2a + 1)^2$, т.е. на каждой линии по n цифр. Общее число цифр – n^2 . Порядок квадрата $n_2 = 2a$. Четный. В этом отличие от метода террас.

Пример 1. Построение магического квадрата 3-его порядка.

На Рис. 1а построен квадрат $к_1$ (цветной) третьего порядка n = 3. Число свободных клеток – 9. На $к_1$ наложен вспомогательный квадрат $к_2$. На его параллельных линиях размещен натуральный ряд чисел от 1 до 9. В результате наложения часть цифр второго квадрата (2, 4, 5, 6, 8) совпали с ячейками первого квадрата. Причем число таких цифр равно центральному магическому числу m. В данном случае – 5.

Центральное магическое число m является среднеарифметической величиной квадрата. $m = \frac{n^2 + 1}{2}$**, и кроме того, в общем виде** $m = \frac{m_1 + m_2}{2}$ **, где m_1 и m_2 – равноудаленные числа от центрального числа m.**

Другая часть цифр, равная (n^2 – m) или (m – 1), осталось в расположении второго квадрата (в данном случае 4 цифры: 1, 3, 7 и 9). Эти цифры перемещаем в основной квадрат, как показано на Рис. 1в.

Рис. 1а.

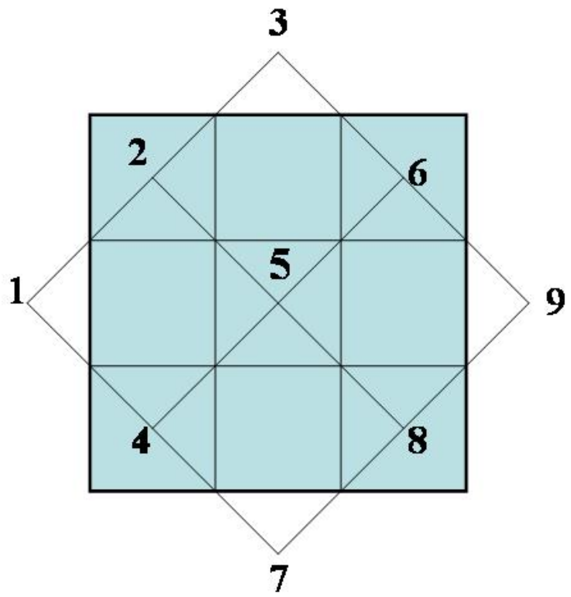
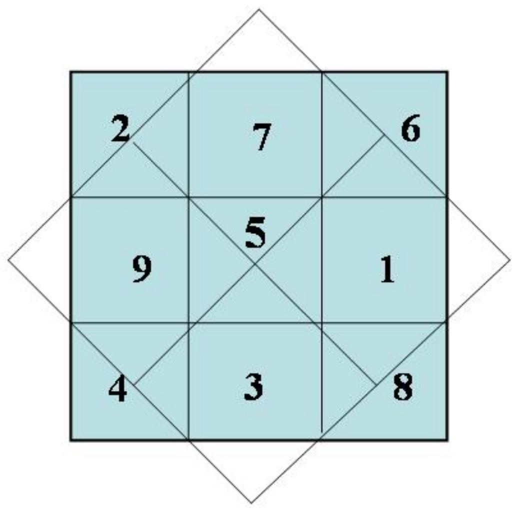


Рис. 1в.



В результате получено: **сумма цифр на каждой из горизонтальных, вертикальных и диагональных линий одинакова и равна произведению порядка квадрата на его магическое число.** Для квадрата 3-го порядка 3·5 = 15.

Магическая константа M = n · m

или $M(n) = \frac{n \cdot (n^2 + 1)}{2}$. Формула предложена Баше де Мезириаком в XVII веке.

Данная формула Баше, как и формула центрального магического числа $m = \frac{n^2 + 1}{2}$ являются частными для натурального ряда чисел, где минимальное m_{min}= 1.

Однако магические квадраты могут заполняться любыми другими числами арифметической прогрессии от m_{min} = 1·N при N > 0 до m_{max} = n^2·N = $n^2 \cdot m_{min}$

Тогда **в общем виде центральное магическое число** $m = \frac{m_{min} \cdot (n^2 + 1)}{2}$,

Магическая константа $M(n) = \dfrac{n \cdot m_{\min} \cdot (n^2 + 1)}{2}$

Пример 2. Магические квадраты 3-го порядка.

Рис. 2а.

m_{min} = 1 (нормальный квадрат)

2	**7**	**6**
9	**5**	**1**
4	**3**	**8**

Рис. 2б.

N = m_{min} = 0.5.

1	**3.5**	**3**
4.5	**2.5**	**0.5**
2	**1.5**	**4**

Способ наложения работает для построения магических квадратов нечетного порядка при n ≥ 3

Пример 3. Построение магического квадрата 5-го порядка. (Рис. 3а, 3в.)

Строим квадрат-1 пятого порядка.

n = 5. Центральное магическое число m = 13. Магическая константа M = 65.

В квадрате-2 число цифр на каждой параллельной линии – 5.

В результате наложения 13 цифр перешло в первый квадрат. Числа, оставшиеся в $к_2$ перемещаем в $к_1$ согласно правилу перемещения цифр из вспомогательного квадрата в магический.

1). Самые удаленные цифры от первого квадрата (1, 5, 21, 25) перемещаем в свободные ячейки за центральным магическим числом.

2). Самые близкие цифры к первому квадрату перемещаются в крайние противоположные свободные ячейки.

Рис. 3а.

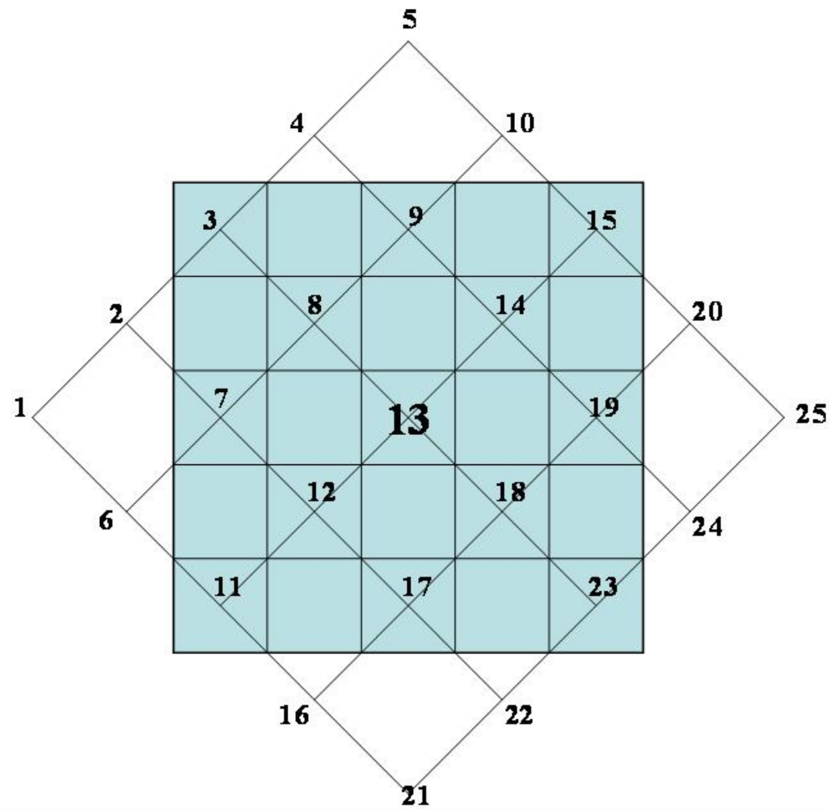
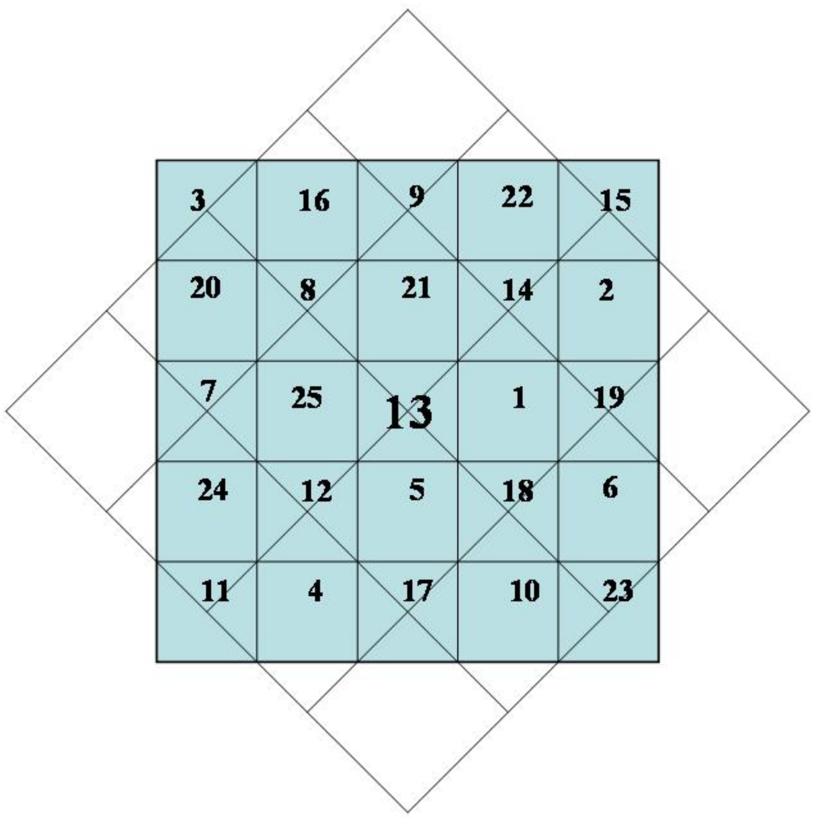


Рис. 3в.



В итоге имеем магический, симметричный квадрат пятого порядка.

Пример 4. Магические квадраты 5-го порядка (N = 1; N = 2).

Рис. 4а. $m_{min} = 1$.

3	16	9	22	15
20	8	21	14	2
7	25	13	1	19
24	12	5	18	6
11	4	17	10	23

Рис. 4б. $m_{min} = 2$

6	32	18	44	30
40	16	42	28	4
14	50	26	2	38
48	24	10	36	12
22	8	34	20	46

Пример 5. Построение магического квадрата 7-го порядка. (Рис. 5а, 5в).
Основной квадрат 7-го порядка. n = 7; m = 25; M = 175.
В квадрате-2 число цифр на каждой параллельной линии – 7.
В результате наложения в основном квадрате расположились 25 цифр. Оставшиеся 24 цифры перемещаем по вышеизложенному правилу.

Рис. 5а.

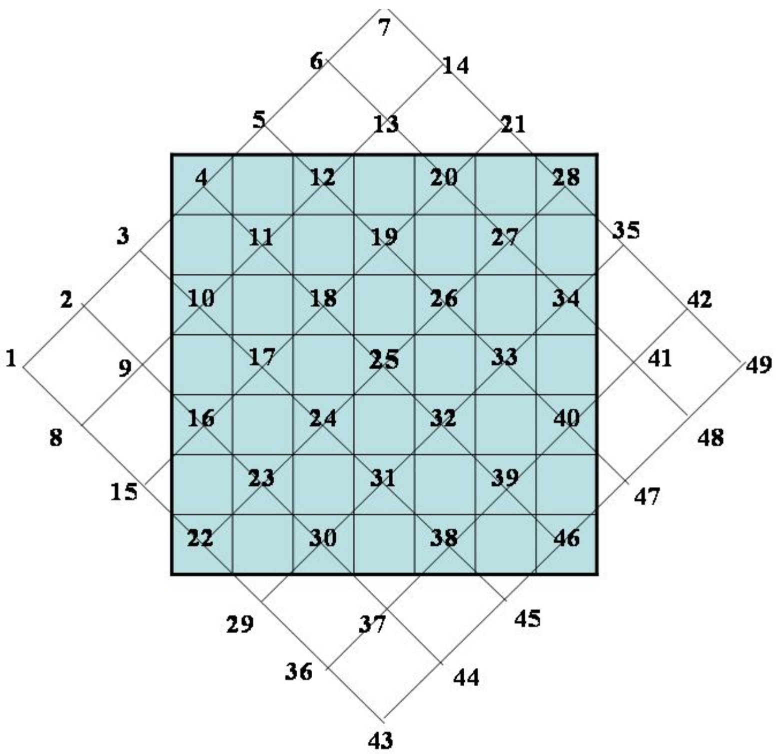
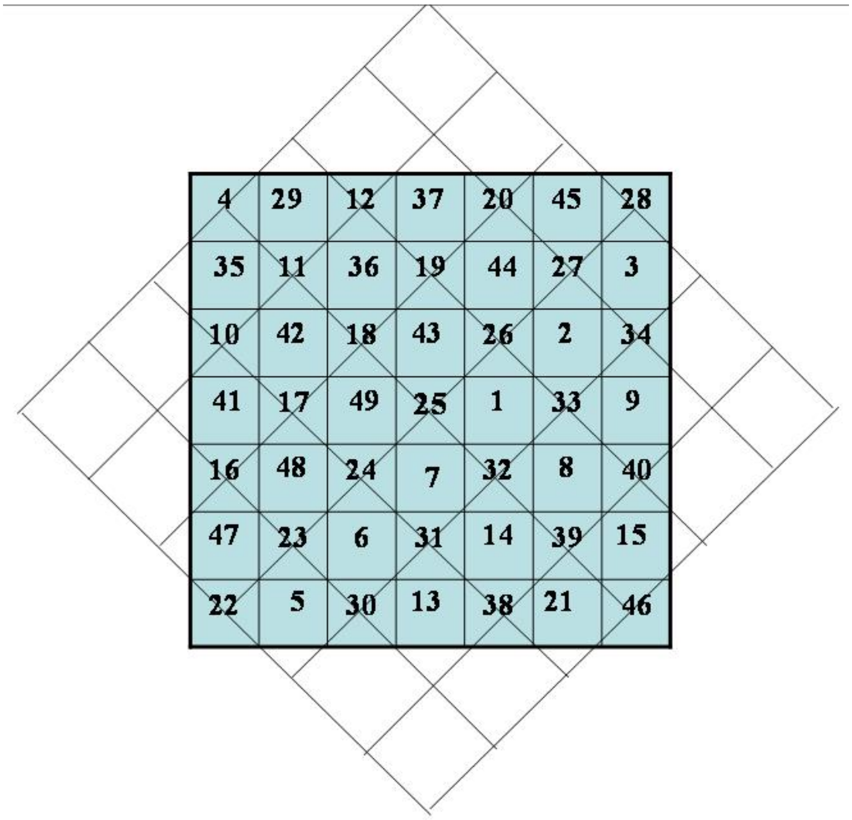


Рис. 5в.



В заключение мы предлагаем самостоятельно составить магический квадрат 9-го порядка, используя правило перемещения чисел из вспомогательного квадрата в основной.

Рис 6а. n = 9; m = 41; M = 369.

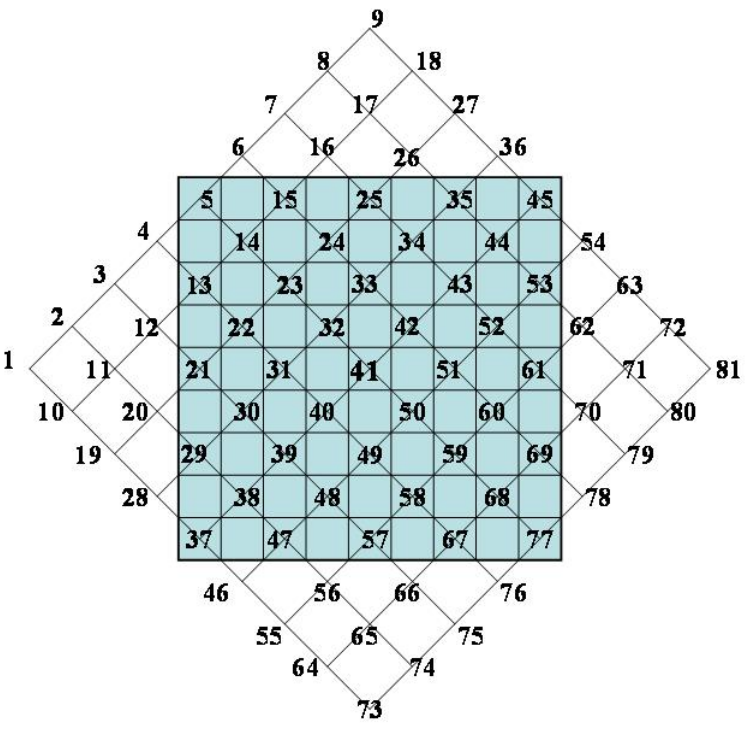
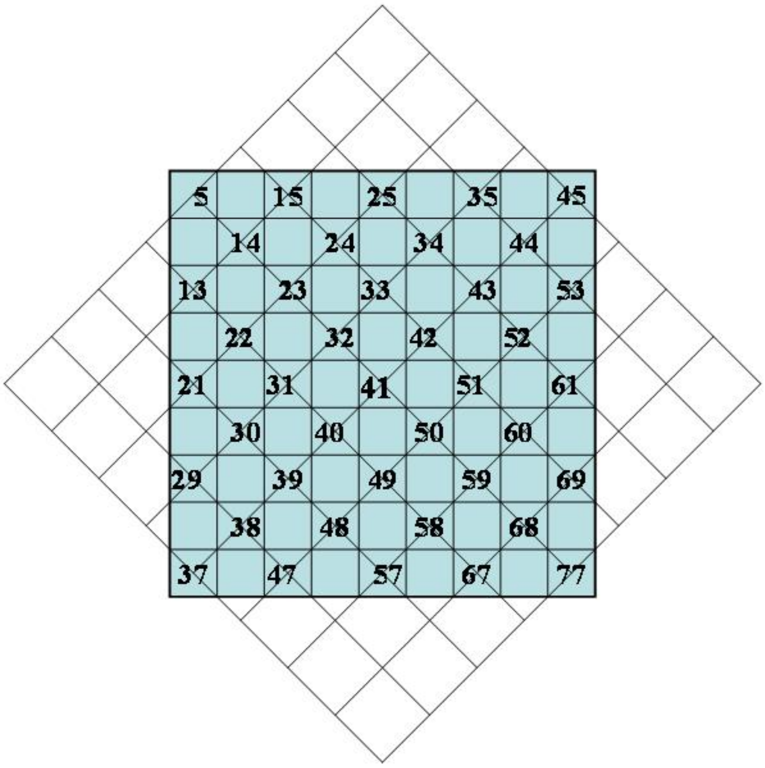


Рис. 6в.


5 15 25 35 45
14 24 34 44
13 23 33 43 53
22 32 42 52
21 31 41 51 61
30 40 50 60
29 39 49 59 69
38 48 58 68
37 47 57 67 77